Licence Science de la Mer et de l'Environnement

Physique Générale

Chapitre 4 :Optique Ondulatoire

1 – Introduction

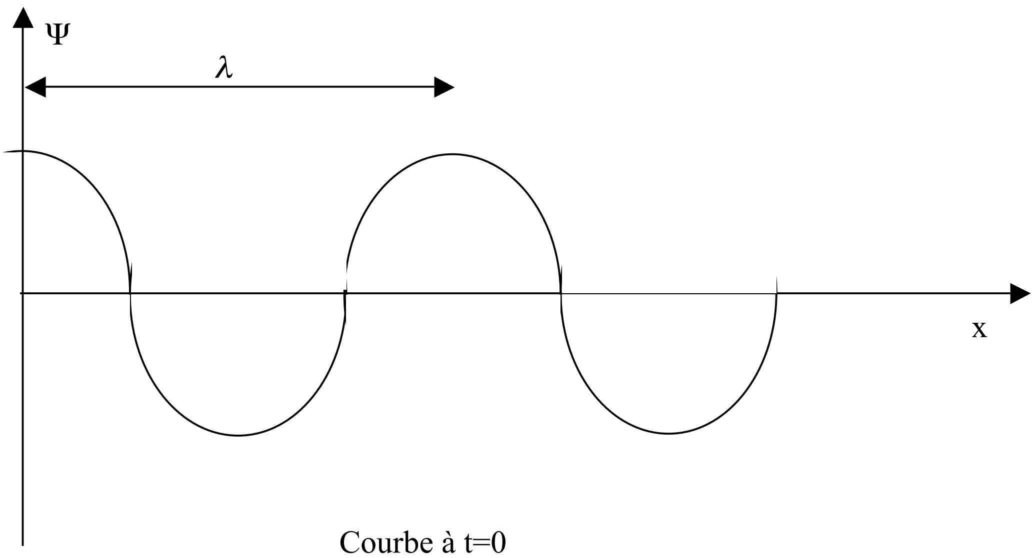
Nous avons v que la lumière est à la foi onde et particule. Dans ce chapitre, nous allons étudier plus particulièrement son aspect ondulatoire. Les ondes lumineuses visibles ne sont qu'une très petite portion du spectre électromagnétique. Le tableau suivant donne les longueurs d'ondes correspondant à certaines couleurs :

0,364µm	UV invisible
0,407µm	violet
0,488µm	bleu
0,514µm	vert
0,530µm	vert
0,574µm	jaune
0,590µm	jaune
0,620µm	orange
0,790µm	rouge

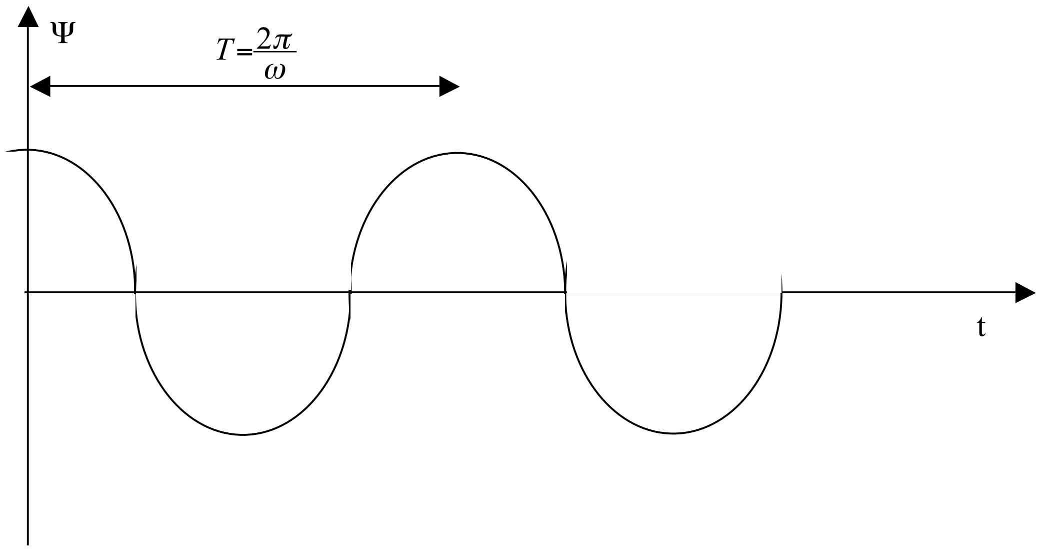
2 – La propagation des ondes

Une onde se déplace dans l'espace et dans le temps. Elle s'écrit sous la forme :

$$\Psi = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$



Courbe à t=0

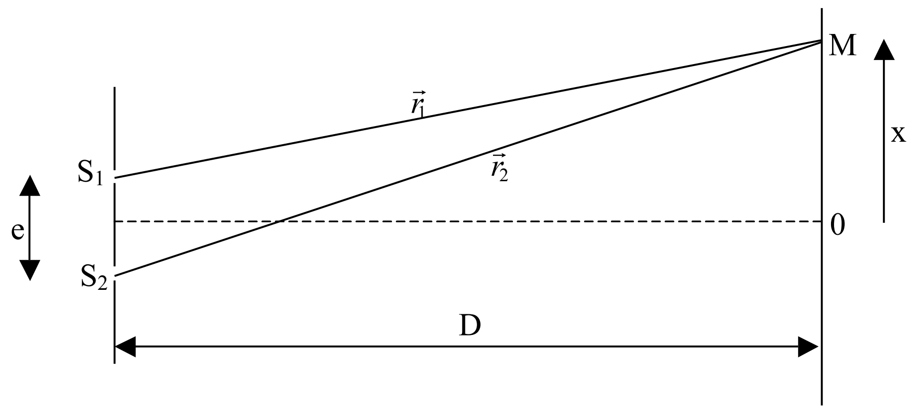


Courbe à x=0

On appelle $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ le vecteur d'onde. L'équation de l'onde s'écrit : $\Psi=A\cos(\omega t-kx)$

3 – <u>Interférences</u>

Une source **S** éclaire avec une lumière monochromatique de longueur d'onde λ deux trous **S_1** et **S_2** séparés de la distance **e** sur une plaque non transparente. Les rayons issus de **S_1** et **S_2** atteignent l'écran situé à une distance **D**. Le point **M** est à la distance **x** de l'axe entre les deux trous. On souhaite déterminer l'intensité lumineuse en M.



L'amplitude en **M** est la somme des amplitudes des rayons provenant de **S_1** et **S_2**. Sachant que la distance **D** est beaucoup plus grande que la distance **e** entre les deux sources, les vecteurs d'onde provenant de **S_1** et **S_2** sont quasiment parallèles et valent $\vec{k}$.

On a donc :

$$\Psi=\Psi_1+\Psi_2=A\left[\cos\left(\omega t-\vec{k}\vec{r_1}\right)+\cos\left(\omega t-\vec{k}\vec{r_2}\right)\right]$$

En appliquant la relation : $\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$ on obtient :

$$\Psi = 2A\cos\left(\omega t - \frac{\vec{k}.\left(\vec{r_1}+\vec{r_2}\right)}{2}\right).\cos\left(\frac{\vec{k}.\left(\vec{r_2}-\vec{r_1}\right)}{2}\right).$$

Le premier terme est une fonction du temps, dont la moyenne du carré sur une période est égal à $\frac{1}{2}$ Car $\left\langle \cos^2\omega t\right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t)dt = \frac{1}{2}$

Le vecteur d'onde $\vec{k}$ est colinéaire avec les vecteurs $\vec{r_1}$ et $\vec{r_2}$, car comme vu plus haut, la distance **D** est beaucoup plus grande que la distance entre les deux sources $\mathbf{S_1}$ et $\mathbf{S_2}$.

On a donc : $\vec{k}.\left(\vec{r_2}-\vec{r_1}\right) = k.\delta$

Où $\delta = r_2 - r_1$

Calcul de δ

$r_1^2 = D^2 + \left(x+\frac{e}{2}\right)^2$ et $r_2^2 = D^2 + \left(x-\frac{e}{2}\right)^2$

$\delta = r_2 - r_1 = \sqrt{D^2 + \left(x+\frac{e}{2}\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(x-\frac{e}{2}\right)^2}$

$\delta = D\sqrt{1+\left(\frac{x+e/2}{D}\right)^2} - D\sqrt{1+\left(\frac{x-e/2}{D}\right)^2}$

$\delta = D + \frac{1}{2}.\frac{(x+e/2)^2}{D} - D - \frac{1}{2}.\frac{(x-e/2)^2}{D}$

$\delta = \frac{1}{2D}\left(x^2 - xe + \frac{e^2}{4} - x^2 - xe - \frac{e^2}{4}\right)$

D'où $\boxed{\delta = \frac{ex}{D}}$

Donc $I = \Psi^2 = A^2\cos^2\left(\frac{-k\delta}{2}\right)$ or $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

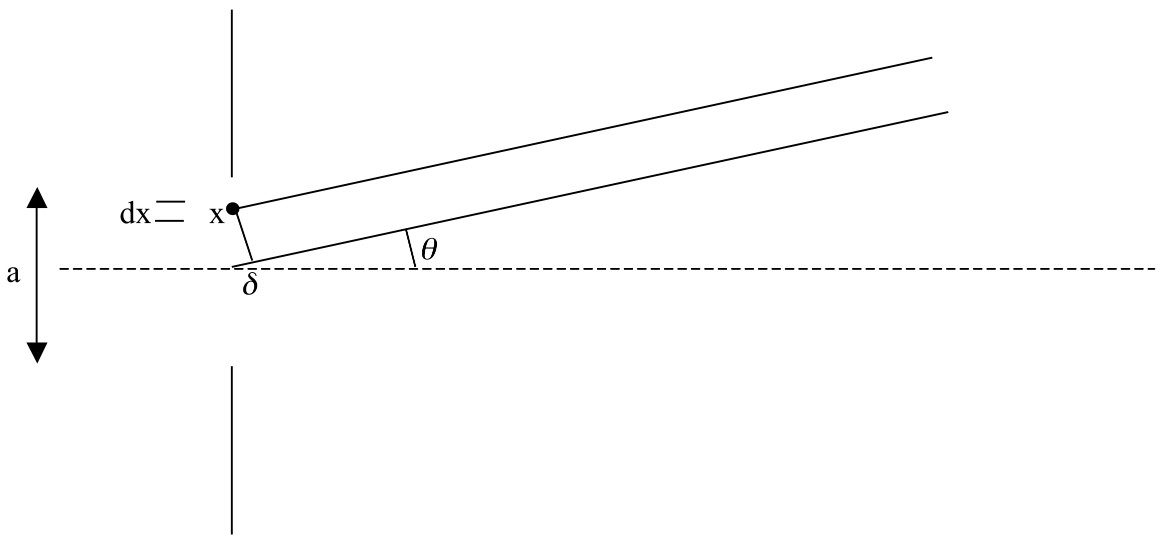
D'où finalement : $\boxed{I = A^2\cos^2\left(\frac{\pi ex}{\lambda D}\right)}$

L'intensité I est maximale si $\frac{\pi ex}{\lambda D} = n\pi$ $\boxed{x = \frac{n\lambda D}{e}}$

L'intensité est nulle quand $\frac{\pi ex}{\lambda D} = (n+\frac{1}{2})\pi$ $\boxed{x = \frac{(n+\frac{1}{2})\lambda D}{e}}$

4 - <u>Diffraction</u>

On envoie une lumière de longueur d'onde λ sur une fente de largeur **a**. Cette lumière atteins un écran situé à une distance **D** de la fente beaucoup plus grande que la largeur de la fente, on la considère en pratique placé à l'infini. On cherche à calculer l'intensité de la lumière qui atteins l'écran en fonction de sa distance à l'axe. On va calculer l'intensité en fonction de l'angle θ.



Un rayon part du centre de la fente avec un angle θ, un autre rayon part du point d'abscisse **x**, et parallèle au premier rayon. Nous calculons la valeur de la différence de trajet entre ces deux rayons :

$$\delta = -x\sin\theta$$

Le déphasage entre les deux rayons est : $d\Psi = \Psi_0 \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$

$$\Psi = \Psi_0 \int_{-a/2}^{+a/2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) dx = -\Psi_0 \int_{-a/2}^{+a/2} \cos\left(\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}\right) dx$$

$$\Psi = \frac{\Psi_0 \left[\sin\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}\right]_{-a/2}^{+a/2}}{\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta}$$

$$\Psi = \Psi_0 \frac{\sin\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} + \sin\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta} = \Psi_0 \frac{\sin\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi}{\lambda}\sin\theta}$$

$$\Psi = \Psi_0 a \frac{\sin\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$$

$$I = \Psi^2 = \Psi_0^2 a^2 \frac{\sin^2\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}{\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)^2}$$

Si on pose $u = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$

Alors, $\boxed{I = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}}$ avec $\boxed{u = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}}$

Recherche des minima

Le minimum de $I(\theta)$ est obtenu quand $\sin u = 0$ avec $u \neq 0$

Donc $u = k\pi$ avec $k \neq 0$

Recherche des maxima

Les maxima sont obtenus quand $\frac{dI}{du} = 0$

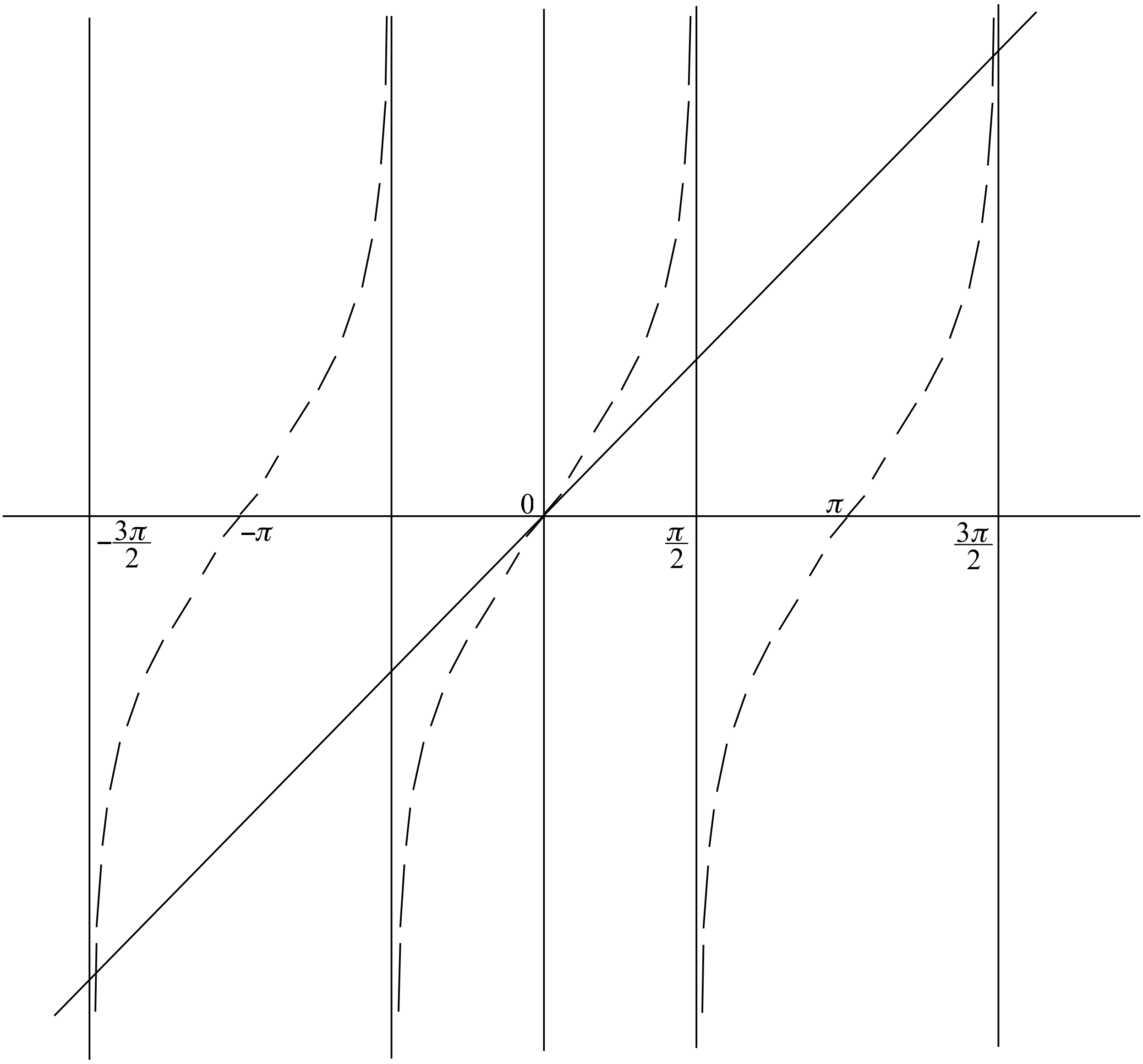
$$\frac{dI}{du} = I_0 \frac{2u^2 \sin u . \cos u - 2u \sin^2 u}{u^2} = 2I_0 \sin u \frac{u \cos u - \sin u}{u^3}$$

$\frac{dI}{du} = 0$ si $\sin u = 0$ avec $u \neq 0$ Ce sont les minima

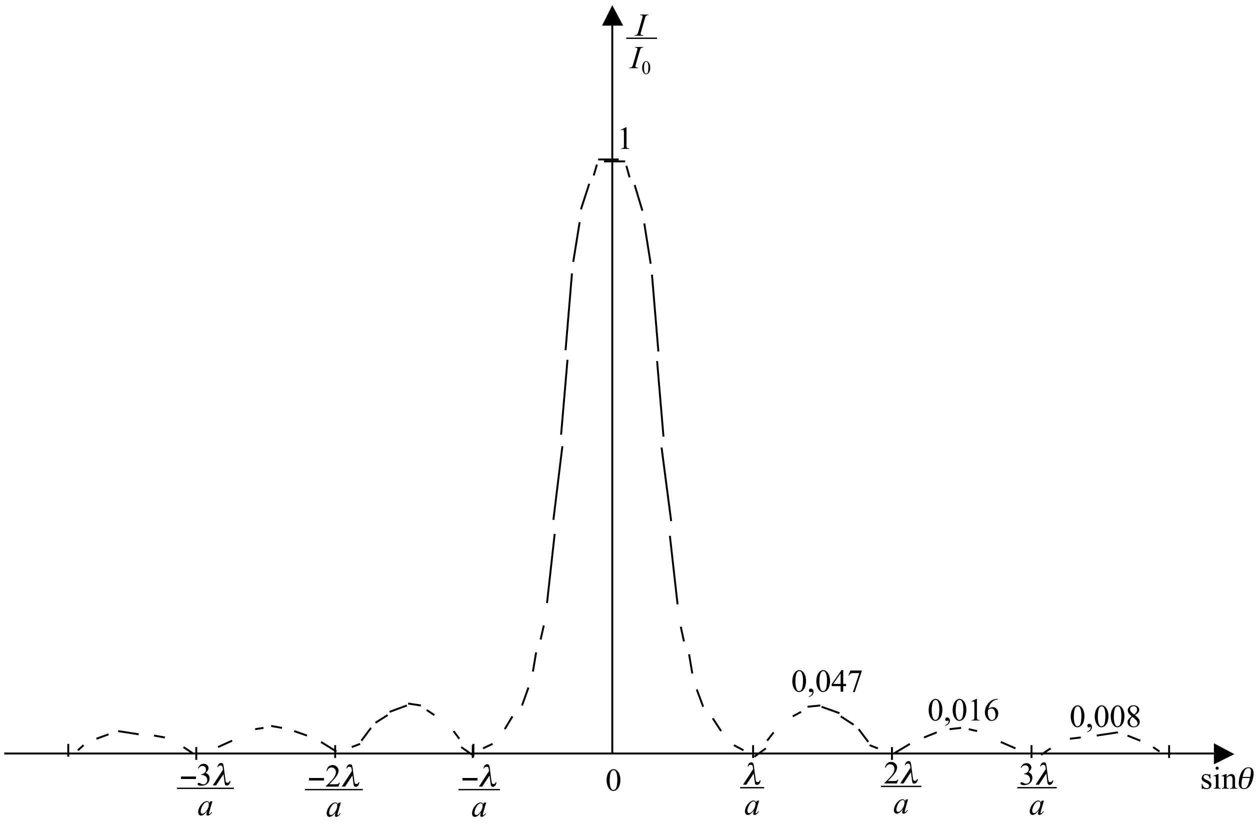
D'autre part : $u \cos u - \sin u = 0$

Que l'on peut réécrire $tgu = u$

Cette équation peut être résolue de manière graphique en traçant la courbe $y = tgu$ d'une part et $y = u$ d'autre part.



Si on trace la courbe $\frac{I}{I_0}$ en fonction de θ , on obtient la courbe suivante :



Les maxima ont lieu pour $tgu \approx \frac{\pi}{2} + k\pi$

Soit : $\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi$ Donc $\boxed{\sin\theta = \frac{\lambda}{a}\left(k + \frac{1}{2}\right)}$

On peut ainsi calculer les valeurs des maxima :

$\theta = 0$ d'où $u = 0$ donc $\frac{\sin^2 u}{u^2} = 1$ $I = I_0$

$k = 1$ $\sin\theta = \frac{3\lambda}{a}$ d'où $u = \frac{\pi a . 3\lambda}{2a\lambda} = \frac{3\pi}{2}$ $\frac{I}{I_0} = \frac{\sin^2 \frac{3\pi}{2}}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2} = 0{,}047$