Université de la Méditerranée

Physique Statistique

Examen partiel du 1er mars 2010

Défauts de Frenkel

a) $E-E_0=n\epsilon$

Donc : $E=E_0+n\epsilon$

b) C'est le nombre de façons de choisir n sites parmi N site réguliesitsrs, et de les distribuer d'une manière aléatoire sur n sites parmi N' sites de défauts.

Donc: $g(n)=C_N^n C_{N'}^n$

$$\boxed{g(n)=\frac{N!}{n!(N-n)!}\frac{N'!}{n!(N'-n)!}}$$

c) Par définition : $S=k\ln g$

En remplaçant les factorielles par l'approximation de la formule de Sterling $N!=N\ln N-N$

On obtient:

$$S=k(N\ln N-N-n\ln n+n-(N-n)\ln(N-n)+N'\ln N'-N'-n\ln n+n-(N'-n)\ln(N'-n))$$

$$S=k(N\ln N+N'\ln N'-2n\ln n-(N-n)\ln(N-n)-(N'-n)\ln(N'-n))$$

$$\frac{1}{T}=\frac{\partial S}{\partial E}=\frac{\partial S}{\partial n}.\frac{\partial n}{\partial E}$$

Sachant que : $E=E_0+n\epsilon$, $n=\frac{E-E_0}{\epsilon}$ alors $\frac{\partial n}{\partial E}=\frac{1}{\epsilon}$

Et $\frac{\partial S}{\partial n}=k[-2\ln n-2+\ln(N-n)+1+\ln(N'-n)+1]$

$$\frac{\partial S}{\partial n}=k\frac{(N-n)(N'-n)}{n^2}$$

Donc: $\frac{\epsilon}{kT}=\ln\frac{(N-n)(N'-n)}{n^2}$

$$\boxed{\exp(\frac{\epsilon}{kT})=\frac{(N-n)(N'-n)}{n^2}}$$

d) $n \ll N \; et \; n \ll N'$

$$n^2 = NN' \exp\left(\frac{-\epsilon}{kT}\right)$$

D'où $\boxed{n = \sqrt{NN'} \exp \frac{-\epsilon}{2\mathrm{kT}}}$