

Université de la Méditerranée

Licences de Physique et Physique-Chimie année 2007 – 2008

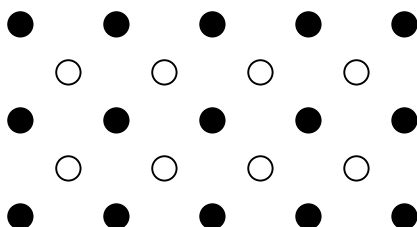
Examen de Mécanique Statistique

Partiel du 14 mai 2008

Durée de l'épreuve 3h - calculatrice autorisée

I - Défauts de Frenkel

Un cristal contient N sites réguliers (sites "ordonnés noirs") et N' sites de défaut ("interstices blancs"), représentés respectivement par des points noirs et blancs. Dans l'état fondamental, les atomes occupent chacun un site ordonné et les interstices sont vides. Soit E_0 l'énergie de l'état fondamental. Quand un atome passe d'un site ordonné à un interstice, son énergie augmente de $\varepsilon > 0$.



Le cristal est isolé avec l'énergie $E > E_0$. Soit "n" le nombre de défauts à cette énergie.

- Exprimer "n" en fonction de E , E_0 et ε . (attention, la réponse est très simple)
- Calculer le nombre d'états microscopiques du système.
- Calculer l'entropie microcanonique "S" et la température "T". On utilisera la formule de Sterling ($\ln N! = \ln N - N$) en supposant que $N, N' \gg 1$.
- Sachant que $n \ll N$ et N' , en déduire "n" en fonction de "T".
Montrer que $n = (NN')^{1/2} \exp(-\varepsilon/2k_B T)$.

II – Oscillateur harmonique quantique (modèle d'Einstein)

On considère un système de "N" oscillateurs harmoniques quantiques de même pulsation " ω " indépendants à trois dimensions, maintenu à la température "T".

- Calculez la fonction de partition d'un seul oscillateur "z"
- En déduire la fonction de partition "Z" des "N" oscillateurs indépendants.
- En déduire l'énergie moyenne sachant que $\langle E \rangle = -\partial \ln Z / \partial \beta$
- En déduire la capacité calorifique sachant que $C_v = \partial \langle E \rangle / \partial T$